

MODEL PENENTUAN UKURAN LOT GABUNGAN EKONOMIS UNTUK MEMINIMASI TOTAL ONGKOS GABUNGAN PEMASOK DAN PEMANUFAKTUR TUNGGAL DENGAN POLA PERMINTAAN PROBABILISTIK

Sri Suci Yuniar¹⁾

Rachmawati Wangsaputra²⁾

Jurusan Teknik Industri, Fakultas Teknologi Industri, Institut Teknologi Nasional¹⁾
Jurusan Teknik dan Manajemen Industri, Fakultas Teknologi Industri, Institut Teknologi Bandung²⁾

Jl. P.H.H. Mustofa No.23 Bandung

Telepon (022) 7272215 ekst 137

E-mail: suciyuniar@itenas.ac.id¹⁾, rachmawati_wangsaputra@yahoo.com²⁾

Abstrak

Penelitian ini akan dikembangkan model ukuran lot ekonomis gabungan untuk meminimasi total ongkos gabungan antara pemasok dan pemanufaktur tunggal dengan pola permintaan probabilistik dan lead time konstan mengikuti distribusi normal. Pemasok akan memproduksi produk dalam ukuran lot tertentu dan akan mengirimkannya ke pemanufaktur dalam ukuran lot tertentu. Model dikembangkan dalam 2 (dua) skenario pengiriman yaitu pengiriman tunggal (*single delivery*) dan pengiriman dalam beberapa lot pengiriman (*multiple delivery*). Dikembangkan pula suatu algoritma untuk menyelesaikan model matematis yang telah dibuat yang diadopsi dari algoritma Hadley Within (1963) dan Hsu dan Hsu (2013).

Kata kunci: Ukuran lot ekonomis gabungan, persediaan, ukuran lot, JELS

Pendahuluan

Hal yang penting untuk dipertimbangkan dalam persediaan adalah ketepatan persediaan yang berupa ukuran pemesanan dan ukuran produksi. Kuantitas barang yang dipesan akan mempengaruhi biaya persediaan. Semakin kecil ukuran pemesanan maka perusahaan akan semakin sering melakukan pemesanan. Saat ini, perusahaan manufaktur seringkali melakukan pengelolaan persediaan dengan melibatkan pihak luar yang terkait langsung dengan sistem persediaan tersebut dengan menentukan ukuran lot pemesanan dan ukuran lot produksi secara bersama-sama dalam jumlah, waktu, dan tempat yang tepat. Proses integrasi penentuan ukuran lot ini dapat memberikan manfaat kepada kedua belah pihak yang dikenal dengan *Joint Economic Lot Sizing* (JELS).

Goyal (1976) merupakan peneliti pertama yang membahas mengenai JELS dimana solusi yang dihasilkan dapat memberikan penghematan pada total ongkos gabungan kedua belah pihak penentu persediaan. Lu (1995) mengangkat konsep *none-delayed equal-size shipment*, dimana ukuran *shipment* untuk setiap pengiriman memiliki besar yang sama dan pengiriman dapat dilakukan ketika tahap produksi *vendor* masih berlangsung. Ben-Daya dan Hariga (2004) mengembangkan model penentuan ukuran lot gabungan untuk satu pemasok dan satu pembeli dengan permintaan deterministik dengan *lead time* stokastik. Ouyang, dkk. (2004) mengembangkan penelitian yang dilakukan oleh Ben-Daya dan Hariga (2004) dimana *lead time* dapat terkendali dengan distribusi normal. Jauhari, dkk. (2009) mengembangkan model gabungan pemasok dan pembeli dengan permintaan probabilistik dengan ukuran pengiriman sama. Pada model Jauhari, dkk. (2009), setiap lot pemesanan akan dikirim dalam beberapa lot pengiriman dan pemasok akan memproduksi barang dalam ukuran *batch* produksi yang merupakan kelipatan *integer* dari lot pengiriman.

Pada penelitian yang telah dilakukan sebelumnya, model JELS dibangun dengan asumsi bahwa pola permintaan tetap (konstan) dan diketahui dan hanya sedikit penelitian JELS yang mempertimbangkan permintaan probabilistik. Pola permintaan yang probabilistik akan mempengaruhi bentuk pengelolaan sistem persediaan. Dengan adanya variansi permintaan,

perusahaan harus menyediakan stok pengaman diluar stok operasi untuk mengantisipasi fluktuasi permintaan yang muncul. Fluktuasi permintaan sangat bergantung pada *lead time*. Permintaan selama *lead time* dipengaruhi oleh dua hal yaitu pola permintaan dan panjang *lead time*. Ekawati, dkk. (2010) mengembangkan model penentuan ukuran lot gabungan untuk satu pemasok dan satu pembeli dengan permintaan dan *lead time* bersifat probabilistik. Yuniar, dkk. (2017) melakukan pengembangan model penentuan ukuran lot gabungan antara pemasok dan pamanufaktur untuk sistem produksi tidak sempurna dengan pola permintaan probabilistik. Yuniar, dkk. (2017) meneliti mengenai penentuan ukuran lot produksi untuk sistem produksi tidak sempurna dimana produk cacat yang dihasilkan dipengaruhi oleh keterbatasan alat dan operatornya.

Penelitian ini melakukan pengembangan model Yuniar, dkk. (2017) dengan mempertimbangkan 2 (dua) skenario yaitu pengiriman tunggal (*single delivery*) dan pengiriman lebih dari satu kali (*multiple delivery*) dalam satu siklus. Akan tetapi, pada penelitian ini, di asumsikan bahwa produk bebas dari cacat. Penelitian ini menggunakan 2 (dua) paper acuan yaitu penelitian yang dilakukan oleh Ekawati, dkk. (2010) dan Yuniar, dkk. (2017) sebagai dasar pembangunan model JELS pada penelitian yang akan dilakukan. Dalam penelitian ini diharapkan dapat memberikan solusi penghematan yang lebih baik untuk kedua belah pihak pengendali persediaan.

Pengembangan Model

Notasi dan Asumsi

Notasi yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

D	=	Laju permintaan (Unit/Tahun)
P	=	Laju produksi dimana $P > D$ (Unit/Tahun)
Q	=	Ukuran lot pemesanan (Unit)
Q	=	Ukuran lot produksi (Unit)
n	=	Jumlah pemesanan, n bilangan integer
r	=	Level <i>reorder point</i> (Unit)
L	=	<i>Lead Time</i> (Tahun)
σ	=	Standar deviasi permintaan (Unit/Tahun)
k_b	=	Ongkos kekurangan pamanufaktur (Rp/Unit)
c_b	=	Ongkos pesan pamanufaktur (Rp/Pesan)
h_v	=	Ongkos simpan pemasok (Rp/Unit/Tahun)
h_b	=	Ongkos simpan pamanufaktur (Rp/Unit/Tahun)
S	=	Ongkos <i>setup</i> (Rp/ <i>Setup</i>)
s_v	=	Ongkos <i>setup</i> pemasok (Rp/ <i>Setup</i>)
P_i	=	Ongkos pemeriksaan (Rp/Unit)
F_v	=	Ongkos pengiriman pemasok (Rp/Pengiriman)
$E(O_{k_b})$	=	Ekspektasi ongkos kekurangan pamanufaktur (Rp/Unit/Tahun)
$E(O_{c_b})$	=	Ekspektasi ongkos pesan pamanufaktur (Rp/Pesan/Tahun)
$E(O_{h_v})$	=	Ekspektasi ongkos simpan pemasok (Rp/Unit/Tahun)
$E(O_{h_b})$	=	Ekspektasi ongkos simpan pamanufaktur (Rp/Unit/Tahun)
$E(O_{s_v})$	=	Ekspektasi ongkos <i>setup</i> pemasok (Rp/ <i>Setup</i> /Tahun)
$E(O_{P_i})$	=	Ekspektasi ongkos pemeriksaan (Rp/Unit/Tahun)
$E(O_{F_v})$	=	Ekspektasi ongkos pengiriman pemasok (Rp/Pengiriman/Tahun)
ETC_v	=	Total ongkos pemasok (Rp/Tahun)
ETC_b	=	Total ongkos pamanufaktur (Rp/Tahun)
ETC_{Gab}	=	Total ongkos gabungan (Rp/Tahun)

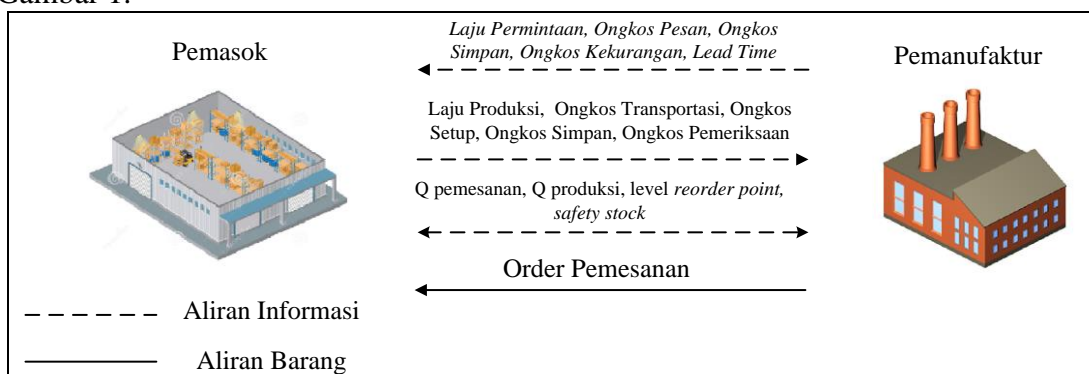
Asumsi yang digunakan pada penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Laju permintaan bersifat probabilistik.
2. Pemasok memiliki laju produksi yang terbatas dan laju produksi pemasok lebih besar daripada laju permintaan pamanufaktur ($P > D$).

3. Pemasok mengirimkan barang ke pemanufaktur dalam ukuran Q dengan kapasitas pengiriman yang tidak terbatas.
4. Proses pemeriksaan bebas dari kegagalan.
5. Kekurangan diijinkan dalam penelitian.
6. Bahan baku sampai di perusahaan pemasok sesuai dengan waktu yang telah disepakati, sehingga pemenuhan kebutuhan produksi tidak mengalami hambatan karena adanya kekurangan bahan baku.

Model Matematis

Usulan dalam penelitian ini adalah menciptakan optimasi secara kolaboratif antara PT.EMPI dan PT.CS sehingga kedua pihak dapat memperoleh *win-win solution* untuk keputusan terkait sistem persediaan. Optimasi secara kolaboratif dalam penentuan ukuran lot mengikuti sistem *Joint Economic Lot Sizing* (JELS). Pada sistem JELS, pemasok dan pemanufaktur sepakat untuk melakukan pengambilan keputusan bersama-sama mengenai sistem persediaannya. Keputusan yang dapat diambil secara bersama adalah ukuran pemesanan pemanufaktur, ukuran lot produksi pemasok, *level reorder point*, dan *safety stock*. Untuk mengambil keputusan tersebut, kedua belah pihak dituntut untuk sama-sama memberikan semua informasi yang terkait dengan sistem persediaan keduanya. Pemasok menginformasikan laju produksinya, ongkos simpan, ongkos pemeriksaan, ongkos *setup*, probabilitas produk cacat dan ongkos transportasi pemasok. Di lain pihak, pemanufaktur menginformasikan ongkos pesan, ongkos kekurangan dan ongkos simpan. Keputusan yang diambil nantinya diharapkan dapat meminimumkan ekspektasi total ongkos persediaan gabungan yang harus ditanggung kedua belah pihak. Pola model JELS di ilustrasikan pada Gambar 1.



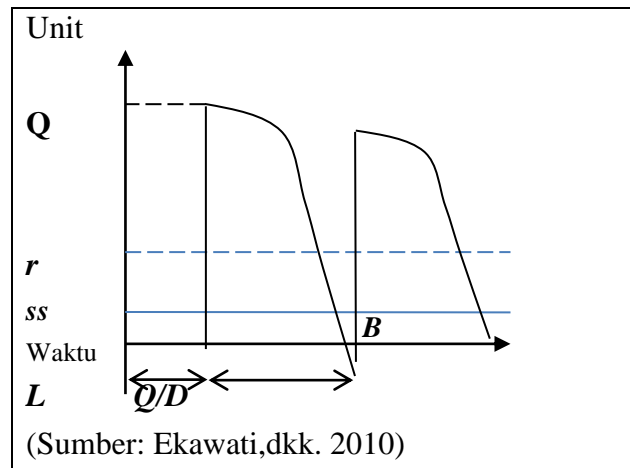
Gambar 1. Pola Model JELS (Usulan)

Berdasarkan Gambar 1, biaya pada penelitian ini dapat dibagi menjadi 3 (tiga) bagian, yaitu total ongkos pemasok, total ongkos pemanufaktur dan total ongkos gabungan. Ketiga ongkos ini perumusannya didasarkan pada penelitian Ekawati, dkk. (2010) dan Yuniar, dkk. (2017). Pada penelitian ini, ongkos *backorder* dibebankan pada pihak pemanufaktur dan ongkos pengiriman barang di bebaskan pada pihak pemasok. Selain itu diberikan 2 (dua) skenario pengiriman yaitu pengiriman tunggal (*single delivery*) dan pengiriman dalam beberapa lot pengiriman (*multiple delivery*).

JELS dengan Pengiriman Tunggal (Single Delivery)

1. Ekspektasi Total Ongkos Pemanufaktur

Pihak pemanufaktur akan melakukan pemesanan barang ke pihak pemasok dalam ukuran Q saat persediaan mencapai level *reorder point*. Barang yang dipesan akan datang dalam waktu *lead time* (L) dan ditambahkan ke dalam sistem persediaan sekaligus. ss adalah tingkat stok pengaman yang disediakan pemanufaktur untuk mengatasi fluktuasi permintaan selama waktu L . Barang sebanyak Q akan berkurang dengan laju permintaan per tahun (D) dan akan habis dalam waktu selama satu siklus pemesanan yaitu sebesar Q/D . Dengan demikian dalam satu tahun terdapat D/Q siklus pemesanan. Siklus persediaan pemanufaktur pada model JELS dapat dilihat pada Gambar 2.



Gambar 2. Siklus Persediaan Pemanufaktur pada Model JELS

a. Ekspektasi Ongkos Simpan Pemanufaktur [$E(O_{hb})$]

Ekspektasi Ongkos Simpan = [Ongkos Simpan] \times [Rata – rata persediaan per tahun] Pemanufaktur

$$E(O_{hb}) = h_b \times \left(\frac{Q}{2} + r - DL \right) \quad (1)$$

b. Ekspektasi Ongkos Pesan Pemanufaktur [$E(O_{cb})$]

Ekspektasi Ongkos Pesan = [Ongkos pesan] \times [Frekuensi pemesanan] Pemanufaktur

$$E(O_p) = c_b \frac{D}{Q} \quad (2)$$

c. Ekspektasi Ongkos Kekurangan Pemanufaktur [$E(O_{kb})$]

Ekspektasi Ongkos Kekurangan = [Ongkos Kekurangan] \times [Ekspektasi Jumlah Kekurangan]

$$E(O_k) = \frac{D}{Q} k_b B(r) \quad (3)$$

d. Ekspektasi Total Ongkos Pemanufaktur (ETC_b)

$$ETC_b = h_b \times \left(\frac{Q}{2} + r - DL \right) + c_b \frac{D}{Q} + \frac{D}{Q} k_b B(r) \quad (4)$$

2. Ekspektasi Total Ongkos Pemasok

Pada pengiriman tunggal (*single delivery*) pemasok menerima order dari pemanufaktur kemudian memproduksinya sesuai dengan ukuran pemesanan pemanufaktur sebanyak Q . Ukuran pemesanan Q diproduksi dalam satu kali *setup* dengan laju produksi P sehingga produk akan selesai dalam waktu Q/P . Kemudian pemasok mengirimkan produk jadi ke pemanufaktur dalam ukuran Q dan apabila terjadi pengulangan siklus pemesanan oleh pemanufaktur, maka proses produksi akan berulang setiap Q/D . Sistem persediaan pemasok pada kemitraan transaksional dapat dilihat pada Gambar 2. Ekspektasi total ongkos pemasok (ETC_v) pada kemitraan transaksional terdiri dari:

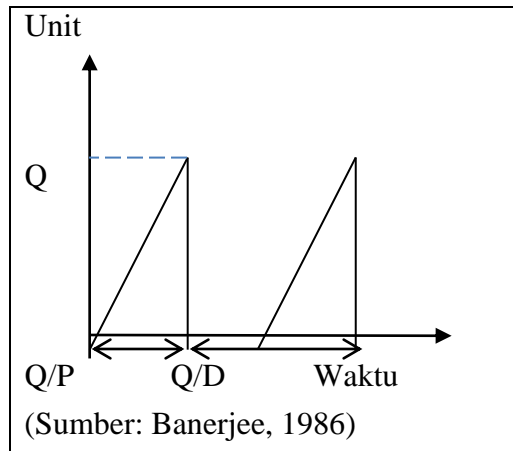
a. Ekspektasi Ongkos Simpan Pemasok [$E(O_{hv})$]

Ekspektasi ongkos simpan pemasok pertahun [$E(O_{hv})$] merupakan perkalian antara ongkos simpan dengan rata-rata persediaan pemasok. Ongkos simpan pemasok didapatkan dari persentase harga barang. Berdasarkan Gambar 2., rata-rata persediaan pemasok adalah sebagai berikut.

$$q = \left(\frac{DQ + 2Q}{2P} \right) \quad (5)$$

Sehingga ekspektasi ongkos simpan pemasok adalah

$$E(O_{hv}) = h_v \left(\frac{DQ + 2Q}{2P} \right) \quad (6)$$



Gambar 3. Sistem Persediaan Pemasok Pada Kemitraan Transaksional

b. Ekspektasi Ongkos *Setup* Pemasok [$E(O_{sv})$]

Ekspektasi Ongkos *Setup* Pemasok = [Ongkos *setup*] × [Jumlah *setup* dalam satu tahun]

$$E(O_{sv}) = s_v \frac{D}{Q} \quad (7)$$

c. Ekspektasi Ongkos Transportasi Pemasok [$E(O_{Fv})$]

Ekspektasi Ongkos Transportasi = [Ongkos transportasi] × [Jumlah pengiriman dalam Pemasok satu tahun]

$$E(O_{Fv}) = F_v \frac{D}{Q} \quad (8)$$

d. Ekspektasi Ongkos Pemeriksaan Pemasok [$E(O_{Pi})$]

Ekspektasi Ongkos Pemeriksaan = [Ongkos pemeriksaan] × [Ekspektasi jumlah produk yang di periksa]

$$E(O_{Pi}) = P_i Q \quad (9)$$

e. Ekspektasi Total Ongkos Pemasok

$$ETC_v = h_v \left(\frac{DQ + 2Q}{2P} \right) + \frac{D}{Q} (s_v + F_v) + P_i Q \quad (10)$$

3. Ekspektasi Total Ongkos Gabungan (ETC_{Gab})

$$ETC_{Gab} = h_b \times \left(\frac{Q}{2} + r - DL \right) + \frac{D}{Q} (c_b + k_b B(r)) + h_v \left(\frac{DQ + 2Q}{2P} \right) + \frac{D}{Q} (s_v + F_v) + P_i Q \quad (11)$$

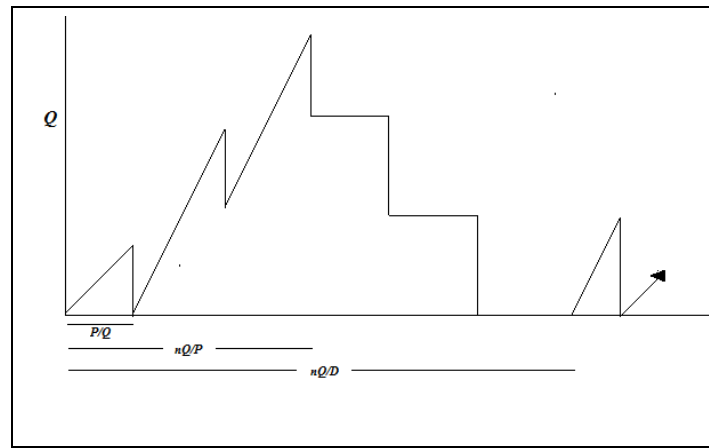
JELS dengan Pengiriman Lebih dari Satu Kali (Multiple Delivery)

1. Ekspektasi Total Ongkos Pemanufaktur

Ekspektasi ongkos pada pemanufaktur (ETC_b) pada pengiriman lebih dari satu kali (*multiple delivery*) sama dengan ekspektasi ongkos pada pemanufaktur pada JELS dengan pengiriman tunggal.

2. Ekspektasi Total Ongkos Pemasok [ETC_v]

Pemasok memproduksi barang sebanyak n kali ukuran lot pemesanan (Q) sekaligus dalam satu kali *setup* untuk mengurangi ekspektasi ongkos *setup* yang harus ditanggung. Barang yang telah diproduksi selanjutnya disimpan dan dikirim ke pemanufaktur dalam ukuran Q jika terjadi pemesanan. Proses pengiriman dapat dilakukan tanpa menunggu seluruh ukuran lot produksi diselesaikan. Ilustrasi sistem persediaan pemasok dapat dilihat pada Gambar 4.



Gambar 4. Sistem Persediaan Pemasok

a. Ekspektasi Ongkos *Setup* Pemasok [$E(O_{sv})$]

Karena nQ dihasilkan dalam satu kali *setup* produksi, maka ekspektasi ongkos *setup* pemasok adalah sebagai berikut.

$$E(O_{sv}) = s_v \frac{D}{nQ} \quad (12)$$

b. Ekspektasi Ongkos *Setup* Pemasok [$E(O_{hv})$]

$$E(O_{hv}) = h_v \frac{Q}{2} \left((n-1) \left(1 - \frac{D}{P} \right) + \frac{D}{P} \right) \quad (13)$$

c. Ekspektasi Ongkos Transportasi Pemasok [$E(O_{Fv})$]

$$E(O_{Fv}) = F_v \frac{D}{nQ} \quad (14)$$

d. Ekspektasi Ongkos Pemeriksaan Pemasok [$E(O_{pi})$]

$$E(O_{pi}) = P_i nQ \quad (15)$$

e. Ekspektasi Total Ongkos Pemasok (ETC_v)

$$ETC_v = s_v \frac{D}{nQ} + h_v \frac{Q}{2} \left((n-1) \left(1 - \frac{D}{P} \right) + \frac{D}{P} \right) + F_v \frac{D}{nQ} + P_i nQ \quad (16)$$

3. Ekspektasi Total Ongkos Gabungan (ETC_{Gab})

$$ETC_{Gab} = ETC_b + ETC_v \quad (17)$$

Analisis Dan Contoh Numerik

JELS dengan Pengiriman Tunggal (Single Delivery)

$$ETC_{Gab} = h_b \times \left(\frac{Q}{2} + r - DL \right) + \frac{D}{Q} (c_b + k_b B(r)) + h_v \left(\frac{DQ + 2Q}{2P} \right) + \frac{D}{Q} (s_v + F_v) + P_i Q$$

Untuk menentukan nilai Q^* , maka harus memenuhi kondisi berikut ini.

$$\frac{\partial ETC_{Gab}(Q, r)}{\partial Q} = 0 \quad (18)$$

Untuk menentukan nilai r^* , maka harus memenuhi kondisi berikut ini.

$$\frac{\partial ETC_{Gab}(Q, r)}{\partial r} = 0 \quad (19)$$

Dan untuk memenuhi kriteria minimum, harus memenuhi kondisi berikut ini.

$$\frac{\partial ETC_{Gab}^2(Q, r)}{\partial Q^2} > 0 \quad (20)$$

Iterasi solusi penelitian untuk JELS pengiriman tunggal (*single delivery*) adalah sebagai berikut.

1. Tetapkan $r_0 = \infty$
2. Hitung nilai Q_{01}^* awal sama dengan nilai Q_{0w}^* dengan menggunakan persamaan

$$Q_{0w}^* = Q_{01}^* = \sqrt{\frac{2PD(s_v + F_v + c_b)}{P(h_b + 2Pi) + h_v(D + 2)}} \quad (21)$$

3. Berdasarkan nilai Q_{01}^* yang diperoleh, kemudian dicari kemungkinan kekurangan inventori α_1 dengan menggunakan persamaan (23). Setelah itu hitung nilai r_1^* dan ss_1^* dengan menggunakan persamaan (24) dan (25).

$$\alpha_1 = \frac{h_b Q_{01}^*}{k_b D} \quad (22)$$

Sehingga

$$r_1^* = Z_{\alpha_1} \sigma \sqrt{L} + DL \quad (23)$$

$$ss_1^* = r_1^* - DL \quad (24)$$

4. Dengan diketahui r_1^* yang diperoleh akan dapat dihitung nilai Q_{02}^* dengan persamaan (25).

$$Q_{02}^* = \sqrt{\frac{2PD(s_v + F_v + c_b + k_b B(r))}{P(h_b + 2Pi) + h_v(D + 2)}} \quad (25)$$

5. Hitung kembali nilai α_2 dengan menggunakan persamaan (26). Setelah itu hitung nilai r_2^* dan ss_2^* dengan menggunakan persamaan (27) dan (28).

$$\alpha_2 = \frac{h_b Q_{02}^*}{k_b D} \quad (26)$$

Sehingga

$$r_2^* = Z_{\alpha_2} \sigma \sqrt{L} + DL \quad (27)$$

$$ss_2^* = r_2^* - DL \quad (28)$$

6. Bandingkan nilai r_1^* dan r_2^* , jika harga r_2^* relatif sama dengan r_1^* maka iterasi selesai dan akan diperoleh $r^* = r_2^*$, $ss^* = ss_2^*$, dan $Q^* = Q_{02}^*$. Jika tidak maka kembali ke langkah (4) dengan menggantikan nilai $r_1^* = r_2^*$ dan $Q_{01}^* = Q_{02}^*$.

7. Setelah menentukan Q^* dan r^* selanjutnya menentukan *service level* dari pamanufaktur.

$$Service Level = \frac{B(r)}{D} \times 100\% \quad (29)$$

JELS dengan Pengiriman Lebih Dari Satu Kali (Multiple Delivery)

$$ETC_{Gab} = h_b \times \left(\frac{Q}{2} + r - DL \right) + \frac{D}{Q} (c_b + k_b B(r)) + s_v \frac{D}{nQ} + h_v \frac{Q}{2} \left((n-1) \left(1 - \frac{D}{P} \right) + \frac{D}{P} \right) + F_v \frac{D}{nQ} + Pi.nQ$$

Untuk menentukan nilai Q^* , maka harus memenuhi kondisi berikut ini.

$$\frac{\partial ETC_{Gab}(Q, r, n)}{\partial Q} = 0 \quad (30)$$

Untuk menentukan nilai r^* , maka harus memenuhi kondisi berikut ini.

$$\frac{\partial ETC_{Gab}(Q, r, n)}{\partial r} = 0 \quad (31)$$

Dan untuk memenuhi kriteria minimum, harus memenuhi kondisi berikut ini.

$$\frac{\partial ETC_{Gab}^2(Q, r, n)}{\partial Q^2} > 0 \quad (32)$$

$$\frac{\partial ETC_{Gab}^2(Q, r, n)}{\partial Q^2} > 0 \quad (33)$$

Iterasi solusi model JELS dengan pengiriman lebih adalah sebagai berikut.

1. Tetapkan $n = 1$, $i = 1$, dan $ETC_{Gab}(Q_{n-1}, r_{n-1}, 0) = \infty$
2. Hitung nilai Q_{n-1} dengan menggunakan persamaan (34) untuk $r_{n-1} = \infty$

$$Q_{n-1} = \sqrt{\frac{2D\left(c_b + F_v + \frac{s_v}{n}\right)}{h_b + h_v\left[\left((n-1)\left(1 - \frac{D}{P}\right) + \frac{D}{P}\right) + \frac{n}{P}\right] + 2Pi.n}} \quad (34)$$

3. Hitung r_{n-1} yang memenuhi

$$\alpha_{n,i} = \frac{h_b Q_{n-1}}{k_b D}$$

Sehingga

$$r_{n,i} = Z_{\alpha_{n,i}} \sigma \sqrt{L} + DL \quad (35)$$

$$SS_{n,i} = r_{n,i} - DL \quad (36)$$

4. Hitung $Q_{n,i}$ dengan menggunakan persamaan (37).

$$Q_{n-1} = \sqrt{\frac{2D\left(c_b + F_v + \frac{s_v}{n} + k_b B(r_{n,i})\right)}{h_b + h_v\left[\left((n-1)\left(1 - \frac{D}{P}\right) + \frac{D}{P}\right) + \frac{n}{P}\right] + 2Pi.n}} \quad (37)$$

5. Kemudian hitung nilai $ETC_{Gab}(Q_{n,i}^*, r_{n,i}^*, n)$.

6. Lakukan penambahan $i = i + 1$, kemudian hitung kembali nilai $\alpha_{n,(i=i+1)}$ dengan menggunakan persamaan (38). Setelah itu hitung nilai $r_{n,(i=i+1)}$ dan $SS_{n,(i=i+1)}$ dengan menggunakan persamaan (39) dan (40).

$$\alpha_{n,(i=i+1)} = \frac{h_b Q_{n,(i=i+1)}^*}{k_b D} \quad (38)$$

Sehingga

$$r_{n,(i=i+1)} = Z_{\alpha_{n,(i=i+1)}} \sigma \sqrt{L} + DL \quad (39)$$

$$SS_{n,(i=i+1)} = r_{n,(i=i+1)}^* - DL \quad (40)$$

7. Kemudian hitung nilai $ETC_{Gab}(Q_{n,(i=i+1)}^*, r_{n,(i=i+1)}^*, n)$. Jika:

- $ETC_{Gab}(Q_{n,(i=i+1)}^*, r_{n,(i=i+1)}^*, n) > ETC_{Gab}(Q_{n,i}^*, r_{n,i}^*, n)$ maka solusi optimal adalah $n^* = n$, $Q^* = Q_{n,i}$, dan $r^* = r_{n,i}$.

- $ETC_{Gab}(Q_{n,(i=i+1)}^*, r_{n,(i=i+1)}^*, n) < ETC_{Gab}(Q_{n,i}^*, r_{n,i}^*, n)$, maka tetapkan $n^* = n + 1$ dan kembali ke langkah (3) dengan mengganti nilai Q_{n-1} menjadi nilai $Q_{n,(i=i+1)}$ yang telah dihitung sebelumnya.

8. Lakukan setiap langkah hingga mendapatkan nilai ETC_{Gab} paling minimum kemudian hitung *service level* dengan menggunakan persamaan (29).

Contoh Numerik

Untuk memberikan ilustrasi solusi optimal dari model yang dikembangkan tersebut, digunakan parameter-parameter pada penelitian Yuniar, dkk. (2017).

Rata-rata permintaan	D	500.000	Unit/Tahun
Laju produksi	P	900.000	Unit/Tahun
Ongkos <i>setup</i> pemasok	s_v	100.000	Rp/ <i>setup</i>
Ongkos simpan pemasok	h_v	1500	Rp/Unit/Tahun
Ongkos pemeriksaan pemasok	Pi	1000	Rp/Unit
Ongkos transportasi pemasok	F_v	100.000	Rp/Pengiriman

Rata-rata <i>lead time</i> pengiriman	L	0,02	Tahun
Ongkos pesan pemanufaktur	c_b	15.000	Rp/Pesan
Ongkos simpan pemanufaktur	h_b	2000	Rp/Unit/Tahun
Standar deviasi permintaan	σ	50.000	Unit/Tahun
Ongkos kekurangan pemanufaktur	k_b	5.500	Rp/Unit

Perbandingan hasil perhitungan kebijakan persediaan model JELS untuk 2 (dua) skenario pengiriman dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Perbandingan Hasil Perhitungan Kebijakan Persediaan Model JELS untuk 2 (dua) Skenario Pengiriman

Variabel Keputusan	<i>Single Delivery</i>	<i>Multiple Delivery</i>
Ukuran lot pemesanan (Q)	29.788,24 Unit	17.347,89 Unit
Level <i>reorder point</i> pemanufaktur(r)	30.693,84 Unit	22.356,7 Unit
Faktor n	-	2
Ukuran lot produksi pemasok	29.788,24 Unit	34.695,78 Unit
Ongkos total gabungan ($ETC(Q, r, n)$)	Rp.130.812.799,2/Tahun	Rp. 111.732.875,88/Tahun

Berdasarkan Tabel 1, dapat dilihat bahwa kebijakan persediaan model JELS dengan pengiriman lebih dari satu kali (*multiple delivery*) memberikan hasil Total Ongkos Gabungan (ETC_{Gab}) lebih kecil dengan jumlah pengiriman sebanyak 2 kali pengiriman dibandingkan dengan pengiriman tunggal (*single delivery*). Sehingga skenario pengiriman lebih dari satu kali (*multiple delivery*) memberikan solusi penghematan bagi penelitian.

Kesimpulan

Penelitian ini mengembangkan model ukuran lot ekonomis gabungan untuk meminimasi total ongkos gabungan antara pemasok dan pemanufaktur dengan pola permintaan probabilistik. Terdapat 2 (dua) skenario pengiriman yang dilakukan dalam penelitian yaitu pengiriman tunggal (*single delivery*) dan pengiriman lebih dari satu kali (*multiple delivery*). Hasil perbandingan model JELS untuk kedua skenario didapatkan bahwa skenario pengiriman lebih dari satu kali (*multiple delivery*) memberikan ongkos total gabungan dibandingkan dengan pengiriman tunggal (*single delivery*). Penelitian ini dilakukan dengan menggunakan sistem rantai pasok yang terdiri dari satu pemasok dan satu pemanufaktur sehingga dapat dikembangkan dengan menciptakan model yang melibatkan beberapa pemasok dan beberapa pemanufaktur. Selain itu, pada penelitian dikembangkan model dengan sistem produksi yang *failure free* sehingga dapat dikembangkan kedalam model dengan sistem produksi tidak sempurna, dimana produk cacat bisa dilakukan *rework*.

Daftar Pustaka

- [1] Bahagia, S.N. 2006. *Sistem Inventori*. Bandung. Penerbit ITB.
- [2] Ben-Daya, M., and Hariga, M. 2004. *Integrated Single Vendor Single Buyer Model with Stochastic Demand and Variable Lead Time*, *International Journal of Production Economic*, Vol. 92, pp. 75-80.
- [3] Ekawati, I., Iskandar, B.P., Suprayogi., Cakravastia, A. 2010. Model Penentuan Ukuran Lot Gabungan Ekonomis Pemasok dan Pemanufaktur Dengan Pola Permintaan dan *lead time* probabilistik, *Tesis S-2, Teknik dan Manajemen Industri, ITB*.
- [4] Goyal, SK. 1988. *A Joint Economic-Lot-Size Model For Purchaser and Vendor: A Comment*, *Decis Sci* 19(1) : 236–241.
- [5] Hadley, G., Whitin, T. M. 1963. *Analysis of Inventory System*. New Jersey. Prentice-Hall Inc, Englewood Cliffs.
- [6] Hsu, J.T., dan Hsu, L.F. 2013). An Integrated Vendor-Buyer Cooperative Inventory Model For Items With Imperfect Quality and Shortage Backordering. *Advances in Decision Sciences*, Article ID 679083, 19.

- [7] Jauhari, W.A., Pujawan , I.N., Wiratno, S.E. 2009. Model Joint Economic Lot Sizing Kasus Pemasok-Pembeli dengan Permintaan Probabilistik, *Jurnal Teknik Industri*, Vol 11 no 1:1-14.
- [8] Tersine, R.J. 1994. *Principle of Inventory and Material Management*. Prentice Hall Int. Ed.
- [9] Yuniar, S.S., Wangsaputra, R. 2017. *Model Penentuan Ukuran Lot Gabungan Ekonomis Antara Pemasok dan Pemanufaktur Untuk Sistem Produksi Tidak Sempurna dengan Permintaan Probabilistik*, Tesis S-2, *Teknik dan Manajemen Industri, ITB*.