

Optimisasi Perawatan Sistem Terdegradasi Stokastik Dengan Perlakuan Overhaul dan Penggantian

Kusmaningrum Soemadi

Program Studi Teknik Industri, Itenas Bandung

Jalan PHH. Mustafa 23, Bandung 40123

Tel: 022-7272215, Fax:022-7202892

Email: kusmaningrum@itenas.ac.id

Abstrak. Dalam penelitian ini dikembangkan model penentuan kebijakan perawatan optimal bagi suatu sistem reparabel terdegradasi stokastik yang mengalami kegagalan kritis dan direncanakan untuk dioperasikan selama T . Sistem dievaluasi dan berdasarkan tingkat degradasi yang terungkap di titik tersebut dipilih salah satu dari tiga alternatif keputusan, yakni melanjutkan operasi sistem hingga saat inspeksi berikutnya (*do nothing*), melakukan overhaul (*minimal maintenance*) yang mengubah tingkat degradasi sistem menjadi satu tingkat lebih baik, atau melakukan penggantian. Di antara dua titik evaluasi sistem mengalami kegagalan kritis yang dapat diatasi dengan perbaikan minimal (*minimal repair*). Laju kegagalan kritis tergantung pada tingkat degradasi dan umur sistem. Strategi perawatan optimal berbasis tingkat degradasi sistem dimodelkan ke dalam persoalan pemrograman dinamis untuk meminimumkan ekspektasi total ongkos perbaikan minimal, ongkos perawatan minimal, dan ongkos penggantian selama T . Contoh numerik disajikan untuk mengilustrasikan kebijakan optimal yang dihasilkan serta perilaku solusi model tersebut.

Kata kunci: degradasi; perawatan minimal, perbaikan minimal; pengambilan keputusan; pemrograman dinamis.

1. PENDAHULUAN

Perawatan merupakan kegiatan guna mempertahankan atau mengembalikan kinerja suatu sistem agar beroperasi sesuai dengan fungsinya. Tujuan perawatan sistem dapat disimpulkan dalam empat hal yakni menjamin fungsinya (ketersediaan, efisiensi, dan kualitas produk yang dihasilkan), menjamin kelayakan kondisi sepanjang umur pakainya (manajemen asset), menjamin keselamatan pengoperasiannya, dan menjamin kenyamanan penggunaannya. Pada sistem peralatan produksi maka tujuan utama perawatan adalah menjamin

fungsi sistem (Dekker *et al.*, 2014). Kegagalan peralatan produksi berpengaruh luas terhadap bisnis perusahaan, antara lain tertundanya jadwal penyelesaian produk, penurunan kapasitas, dan inefisiensi proses yang direfleksikan oleh tingginya biaya produksi dan rendahnya kualitas produk (Pramod *et al.* 2006, Iravani & Duenyas, 2002, Thomas *et al.* 2007, dan Ivy & Nembhard, 2005). Pada sistem dengan laju kerusakan meningkat lazim diupayakan penggantian pencegahan sebelum kinerja sistem menjadi terlampau buruk. Berbagai model optimisasi penggantian pencegahan telah dikembangkan (Pierskalla & Voelker, 1976, Valdez-Flores dan Feldman, 1989, Wang, 2002, dan Chouhan & Tripathiz, 2013). Kerangka metodologi pustaka penggantian pencegahan pada umumnya didasari oleh analisis data kegagalan, pemilihan model kuantitatif yang sesuai, dan optimisasi dengan mempertimbangan kinerja sistem yang dipertimbangkan yang antara lain dapat dinyatakan oleh maksimisasi keandalan/ketersediaan atau minimisasi ongkos.

Pemodelan biner terhadap fungsi sistem didasari asumsi bahwa sistem hanya berada pada salah satu dari dua status yakni beroperasi atau gagal. Pendekatan ini tidak selalu sesuai bagi sistem yang pada awalnya beroperasi dengan kinerja sempurna, dan meskipun secara bertahap kinerjanya menurun masih tetap bisa dioperasikan sebelum akhirnya mengalami kegagalan. Mengakomodasi situasi tersebut kinerja sistem dapat dimodelkan sebagai terdegradasi dan mengalami kegagalan random. Degradasi sistem terjadi secara bertahap atau parsial namun tidak mengakibatkan sistem terhenti, dan baru setelah pada tahap tertentu sistem mengalami kegagalan. Kegagalan random terjadi secara tiba-tiba, membuat sistem terhenti/tidak berfungsi dan memerlukan perbaikan agar dapat dioperasikan kembali. Sejumlah pustaka perawatan memodelkan sistem yang terdegradasi dalam sejumlah tahapan (*multi degraded system*). Hokstad dan Froviq (1996) mengklasifikasikan beberapa tingkat kegagalan yakni kritis, terdegradasi dan *incipient*. Kegagalan kritis berakibat sistem kehilangan kemampuan menjalankan fungsinya. Sistem terdegradasi bila beberapa komponen mengalami degradasi, meskipun sistem keseluruhan masih dapat berfungsi. Semakin buruk tingkat degradasinya maka kegagalan kritis berpeluang untuk lebih sering terjadi. Terhadap sistem demikian dapat dilakukan perawatan yang dapat dikategorikan sebagai perawatan pencegahan untuk menghindari terjadinya kegagalan kritis. Amari *et al.* (2006) memodelkan sistem terdegradasi dan mengalami kegagalan random (*Poisson failure*) dengan laju kegagalan yang bervariasi tergantung pada tingkat degradasinya. Schutz *et al.* (2011) memodelkan perbedaan distribusi kegagalan terkait perbedaan karakteristik degradasi akibat perbedaan kondisi operasi dan lingkungan misi bagi sistem yang mengemban M buah misi. Laju kerusakan saat sistem berumur t dimodelkan oleh $\lambda t, Z_m$) dimana Z_m menyatakan vektor kondisi operasi dan kondisi lingkungan misi ke m .

Proses deteriorasi yang bersifat kontinyu telah didiskritkan dan didekati sebagai proses Markov dengan mengklasifikasikan tingkat deteriorasi sistem ke dalam sejumlah status diskrit. Perilaku dinamis degradasi sistem diwakili oleh transisi status, yakni perubahan kinerja menjadi lebih buruk bila intervensi tindakan perawatan tidak dilakukan. Transisi ke status yang sama atau lebih buruk hanya tergantung pada status saat ini. Baik proses transisi maupun lama keberadaan sistem di suatu status sebelum berpindah ke status berikutnya mempunyai peluang tertentu, dan terdapat *reward* terhadap tindakan intervensi terhadap sistem tersebut. Beberapa model

optimisasi perawatan dikembangkan menggunakan pendekatan Markov. Soro et al. (2010) mempertimbangkan sistem yang terdegradasi akibat pemakaian, status degradasi direpresentasikan oleh perbedaan tingkat kinerja. Sistem mendapat perlakuan *minimal repairs* dan *imperfect preventive maintenance*. Pendekatan proses Markov kontinyu digunakan untuk mengevaluasi availabilitas, laju produksi, dan keandalan sistem. Moustafa (2002) memodelkan proses degradasi kontinyu ke dalam sejumlah status operasi yang direpresentasikan oleh perbedaan laju kegagalan random. Kegagalan random diatasi dengan *minimal repair*, dan tingkat degradasi sistem dapat menjadi lebih baik satu tahap dengan tindakan *minimal maintenance*. Model bertujuan menentukan rata-rata waktu *minimal maintenance* yang meminimumkan *unavailability* sistem. Kurt dan Kharoufeh (2010), mempertimbangkan sistem yang di inspeksi secara periodik, dan di tiap titik inspeksi terdapat alternatif memperbaiki, mengganti, atau mengoperasikan hingga perioda inspeksi berikutnya. Perbaikan mengakibatkan sistem rentan terhadap deteriorasi lebih lanjut sehingga jumlah perlakuan perbaikan perlu dibatasi. Persoalan diformulasikan ke dalam model pengambilan keputusan Markov untuk meminimumkan total ekpektasi *discounted cost*. Abeygunawardane et al. (2013) memodelkan beban pengoperasian sistem pada batas kapasitasnya sehingga perlu menunda waktu inspeksi-perawatan. Pengaruh penundaan terhadap deteriorasi-kegagalan dinyatakan oleh diagram transisi status sistem tersebut. Formulasi menggunakan *Markov decision process* menghasilkan kebijakan perawatan optimal yang fleksibel, yakni adaptif terhadap penundaan inspeksi dan perawatan bila terpaksa harus dilakukan.

Berbagai pustaka Markov di atas hanya mempertimbangkan degradasi sistem dan laju kerusakan yang konstan di setiap tahap degradasinya dan tidak mempertimbangkan umur sistem yang dioperasikan. Dalam penelitian ini dikembangkan model penentuan kebijakan perawatan optimal bagi sistem *reparable* yang terdegradasi stokastik dan mengalami kegagalan kritis. Intensitas kegagalan kritis meningkat terhadap umur pemakaian, maka meskipun tingkat degradasinya sama ekspektasi jumlah kegagalan kritis sistem yang lebih tua adalah lebih besar. Dimotivasi oleh penelitian Soro et al. (2010), penelitian ini merupakan pengembangan penelitian terdahulu, Soemadi et al. (2014), yang memformulasikan persoalan optimisasi overhaul dan penggantian ke dalam model keputusan sekuensial. Sistem direncanakan untuk dioperasikan dengan tujuan komersial selama T . Mayoritas model perawatan telah dikembangkan dengan asumsi pengoperasian sistem adalah untuk selang waktu tak terhingga. Namun hampir semua sistem dalam kenyataannya dioperasikan untuk selang tertentu sehingga kebijakan perawatan optimal untuk horizon terbatas merupakan hal yang penting untuk dikaji (Nakagawa & Mizutani, 2009).

Sistem dievaluasi secara periodik dan berdasarkan identifikasi kondisinya dapat dipilih salah satu dari tiga alternatif keputusan, yakni melanjutkan operasi hingga saat inspeksi berikutnya (*do nothing*), melakukan overhaul atau melakukan penggantian. Overhaul telah didefinisikan sebagai *imperfect maintenance*, yakni usaha sistematis (memeriksa, mendeteksi, merawat atau mengganti komponen) guna mempertahankan sistem pada tingkat kinerja tertentu. Dalam sejumlah model overhaul diasumsikan dapat meremajakan sistem sehingga sistem memiliki umur *virtual* yang lebih muda dari umur aktualnya namun tidak dapat mengembalikannya

pada kondisi seperti sistem baru (Pham & Wang,1996), laju degradasinya lebih rendah (Soro, 2010), atau status degradasinya menjadi lebih baik (Moustafa,2004).

Model yang diteliti bertujuan meminimasi total ekspektasi ongkos kepemilikan selama T yang terdiri dari ongkos perbaikan minimal (*minimal repair*), ongkos perawatan minimal (*minimal maintenance*) dan ongkos penggantian. Persoalan diformulasikan ke dalam model pemrograman dinamis yang telah digunakan pada sejumlah pustaka perawatan (Hartman & Rogers,2006, Nodem *et al.*2011, Cheng *et al.*2013, dan Okamura *et al.*2014). Selanjutnya penelitian disajikan dengan sistematika berikut. Bagian 2 disajikan karakterisasi sistem, pada Bagian 3 diuraikan pengembangan dan formulasi model. Selanjutnya pada Bagian 4 disajikan solusi model beserta analisa perilaku solusi, dan kesimpulan disajikan di Bagian 5.

2. KARAKTERISASI SISTEM

Sistem direncanakan untuk dioperasikan selama T , dan dilakukan N kali evaluasi dengan selang waktu s yang sama panjang. Maka $s = T/N$, dan titik evaluasi adalah $j, j=1,2, \dots,N$. dimana $j=0$ adalah awal perioda perencanaan dan pada $j=N$ operasi sistem dihentikan. Pada $j=0$ dioperasikan sistem baru berumur nol, maka umur sistem t di setiap titik evaluasi $j (j=1,2, \dots,N)$ selalu dapat dinyatakan sebagai kelipatan dari s , sehingga $t=ns$, dimana $n \leq j$. Sistem mengalami penuaan dan dinyatakan oleh tingkat degradasi yang terungkap berdasarkan evaluasi di j . Tergantung pada tingkat degradasinya sistem juga berpeluang untuk mengalami kegagalan kritis.

2.1. Pemodelan Kegagalan Sistem

Tingkat degradasi sistem direpresentasikan oleh $a; \{a=0,1,2\}$, di mana $a=0$ adalah kondisi terbaik seperti sistem baru dan $a=2$ adalah kondisi beroperasi yang terburuk. Kondisi ini dinyatakan oleh perbedaan fungsi intensitas kegagalan kritis (Hokstad dan Froviq (1996), Moustafa (2002)). Kegagalan kritis direpresentasikan oleh *point process* yang meningkat terhadap waktu dan merupakan fungsi dari tingkat degradasi a dan umur sistem τ . Setiap kegagalan segera terdeteksi dan diperbaiki dengan *minimal repair*. Waktu bagi *minimal repair* dapat diabaikan sehingga kejadian kerusakan selama selang antar inspeksi s mengikuti proses Poisson Non homogen (Barlow dan Proschan (1965)). Bila tingkat degradasi sistem adalah a dan umur sistem adalah τ maka fungsi intensitas kegagalan kritis dinyatakan oleh $\lambda_a(\tau)$ di mana $\lambda_a(\tau) < \lambda_{a+1}(\tau), a=0,1$. Dengan demikian ekspektasi jumlah kejadian kerusakan di selang antar inspeksi s bagi sistem dengan tingkat degradasi a dan umur t adalah :

$$h_a(t, t+s) = \int_t^{t+s} \lambda_a(\tau) d\tau \quad (1)$$

$$t \leq \tau \leq t+s, \text{ untuk } t = s, 2s, \dots, js.$$

Tingkat degradasi a selama interval s berpeluang untuk berubah ke tingkat yang sama atau yang lebih buruk. Diasumsikan di setiap titik evaluasi tingkat degradasi dapat diidentifikasi dengan benar. Bila di tahap j degradasi

sistem adalah a , $a=0,1,2$ maka di tahap $j+1$ tingkat yang mungkin adalah b dengan peluang p_{ab} , dimana $a \leq b \leq 2$. Peluang transisi berbagai tingkat degradasi di j dinyatakan oleh matriks peluang transisi $P=[p_{ab}]$ dimana p_{ab} besarnya konstan di setiap j ($j=1, \dots, N$).

2.2. Alternatif Keputusan

Di setiap titik evaluasi j ($j=1, \dots, N-1$) terdapat tiga alternatif keputusan x_j yakni melanjutkan operasi hingga titik evaluasi berikutnya (*do nothing*), melakukan overhaul, atau melakukan penggantian. Dalam penelitian ini overhaul (*minimal maintenance*) dimodelkan dapat mengubah tingkat degradasi sistem menjadi satu tahap lebih baik (Moustafa, 2004), tetapi tidak dapat mengubah menjadi sebaik sistem baru. Menggunakan pendekatan ini maka pilihan melakukan overhaul dibatasi hanya pada tingkat degradasi $a=2$ dan pasca overhaul akan menjadi $a'=1$.

Melanjutkan operasi maka tingkat degradasi serta umur sistem tidak berubah. Meskipun demikian tindakan ini beresiko terhadap meningkatnya kegagalan kritis yang menimbulkan biaya perbaikan minimal sebesar c_1 per kegagalan. Melakukan overhaul akan menimbulkan biaya sebesar c_2 yang lebih besar dari biaya perbaikan minimal dan membuat tingkat degradasi menjadi satu tahap lebih baik sehingga ekspektasi kegagalan kritis pada interval operasi berikutnya relatif berkurang. Melakukan penggantian memerlukan ongkos sebesar c_3 yang lebih besar dari ongkos overhaul tetapi memberikan penurunan ekspektasi laju kegagalan kritis karena sistem menjadi baru kembali. Dengan demikian $c_1 < c_2 < c_3$. Guna meminimasi ongkos perbaikan minimal, ongkos overhaul, dan ongkos penggantian selama T keputusan terbaik di j perlu ditetapkan ($j=1, \dots, N-1$).

Waktu yang dibutuhkan untuk melakukan perbaikan minimal, overhaul, dan penggantian dapat diabaikan. Unit yang diganti di suatu j memiliki nilai sisa $m_a(t)$ yang nilainya tergantung pada tingkat degradasi a dan umur saat penggantian t .

3. PENGEMBANGAN MODEL

3.1 Notasi

T : perencanaan.

s : selang operasi antar dua titik evaluasi.

N : titik evaluasi selama horison perencanaan, N bilangan bulat, $s = T/N$.

j : posisi di awal dari suatu selang operasi $j=0, 1, \dots, N$.

t : waktu di suatu j ; $t=0, s, 2s, \dots, js, \dots, Ns$

x_j : tindakan yang dipilih pada suatu j , $x_j = T, O, G$.

T : tindakan operasi sistem yang dimiliki di j .

O : tindakan overhaul sistem yang dimiliki di j .

G : tindakan ganti sistem yang dimiliki di j .

a : tingkat energi operasi sistem, $a=\{0,1,2\}$.

- a' : kategori kinerja operasi sistem di tahap j setelah tindakan x_j .
 p_{ab} : peluang transisi dari kategori kinerja a di tahap j ke b di tahap $j+1$.
 P : s peluang transisi.
 x_j : in yang dipilih di tahap j , $x_j = T, O, G$.
 $\lambda_a(\tau)$: intensitas kegagalan sistem dengan kategori kinerja operasi a .
 $h_a(t, t + s)$: isi jumlah kerusakan sistem berstatus (a,t) , selama s .
 $m_a(t)$: nilai sisa bagi sistem dengan kategori kinerja operasi a berumur t .
 $c1$: rbaikan minimal di dalam perioda garansi.
 $c2$: rbaikan minimal di luar perioda garansi.
 $c3$: nggantian.
 $c3(t)$: nggantian sistem berumur t .

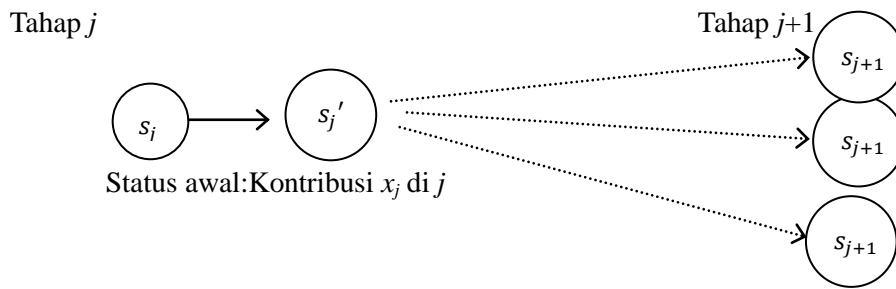
3.2. Asumsi

Sejumlah asumsi pengembangan model adalah sebagai berikut:

1. Kinerja operasi sistem diamati di j dan tingkat degradasinya dapat diidentifikasi dengan tepat sebagai a ($a=\{0,1,2\}$), $a=0$ adalah sistem baru, dan $a=2$ menyatakan kondisi degradasi terburuk.
2. Kinerja sistem berubah dari tahap j ke $j+1$ dengan peluang transisi p_{ab} , dan besarnya p_{ab} adalah sama di setiap j .
3. Tergantung pada tingkat degradasinya sistem mempunyai laju kegagalan kritis $\lambda_a(t)$ yang meningkat terhadap umur, dan kegagalan tersebut dapat diperbaiki dengan perbaikan minimal.
4. Di setiap j diputuskan salah satu dari tiga alternatif tindakan, mengoperasikan sistem hingga titik evaluasi berikutnya, mengoverhaul, atau mengganti sistem.
5. Overhaul sistem mengubah tingkat degradasi sistem satu tingkat lebih baik namun tidak dapat mengembalikannya ke kondisi sebaik sistem baru. Maka overhaul hanya dapat dipilih di j bila $a=2$ dan pasca *overhaul* tingkat degradasi sistem secara pasti berubah menjadi $a'=1$.

3.3. Formulasi Model

Titik evaluasi j menjadi tahap pengambilan keputusan. Jumlah kerusakan yang terjadi pada setiap tahap tergantung pada dua kondisi, yakni tingkat degradasi sistem adan umur sistem t . Karena kedua hal tersebut mendasari pilihan keputusan di tahap j , maka terminologi status sistem dinyatakan oleh (a,t) . Transisi yang terjadi selama $(j,j+1)$ baru teramati di tahap $j+1$. Bila status di tahap j dinyatakan oleh S_j , maka akibat pilihan x_j status di j berubah menjadi S_j' . dan selama selang $(j,j+1)$ berpeluang bertransisi menjadi S_{j+1} sebagaimana dinyatakan pada Gambar 1.



Gambar 1. Hubungan status awal s_j , status baru s_j' akibat keputusan x_j , serta kemungkinan status di tahap $j+1$

Sesuai dengan asumsi 4 keputusan melakukan overhaul di j tergantung pada status (a,t) . Maka alternatif x_j yang dipertimbangkan adalah tertentu, sebagai berikut:

$$x_j = \begin{cases} T: \text{tetap mengoperasikan sistem di } j & \forall a \\ O: \text{melakukan overhaul sistem di } j & a = 2 \\ G: \text{melakukan penggantian sistem di } j & \forall a \end{cases} \quad (2)$$

Keputusan yang dipilih di j dapat mengubah baik tingkat degradasi maupun umur sistem yang dioperasikan di selang $(j, j+1)$. Tabel 1 menunjukkan hubungan antara status awal di j , keputusan yang dipilih, serta status awal pasca keputusan tersebut dilakukan beserta status baru yang diperoleh (a', t') serta status awal di $j+1$ yang mungkin terjadi.

Tabel 1. Status di j , status di j pasca tindakan x_j , dan status di $j+1$

	Status j		Variabel keputusan	Status awal di j pasca tindakan x_j		Status awal di $j+1$	
	t	a		t'	a'	t	b
Tahap j	$(0, s, \dots, j.s)$	0, 1	T	t	a	$t+s$	$\geq a$
			G	0	0	s	≥ 0
		2	T	t	a	$t+s$	$\geq a$
	G		0	0	s	≥ 0	
	O		t	1	$t+s$	≥ 1	

Model bertujuan memilih x_j di tahap j , $j=1,2, \dots, N-1$ berdasarkan status (a,t) guna meminimumkan total ongkos kepemilikan selama T, dengan menyatakan :

$F_j(a, t)$: ekspektasi fungsi ongkos di tahap j dan tahap sisanya (dari tahap $j+1$ hingga tahap $N-1$) bila memiliki sistem dengan status (a,t) .

$F_j^*(a,t)$: ekspektasi fungsi ongkos terbaik di tahap j dan tahap sisanya (dari tahap $j+1$ hingga tahap $N-1$) bila memiliki sistem dengan status (a,t) .

Ekspektasi fungsi ongkos di j bagi sistem berstatus (a,t) bila keputusan x_j dipilih dinyatakan oleh ongkos akibat pilihan x_j , ongkos perbaikan minimal selama selang $(j, j+1)$, dan ekspektasi ongkos terbaik bagi tahap $j+1, j+2$, dan seterusnya hingga tahap N .

Setiap keputusan x_j di j pada status (a, t) berpeluang membawa ke salah satu dari sejumlah status di $j+1$. Maka ekspektasi fungsi ongkos terbaik di j bagi sistem berstatus (a,t) dapat dinyatakan oleh persamaan rekursif berikut:

$$F_j(a, t) = \min \begin{cases} x_j = T: & c_1 \times h_a(t, t+s) + \sum_{b=a}^2 p_{ab} \times F_{j+1}^*(b, t+s), \quad \forall a \\ x_j = O: & c_2 + c_1 \times h_1(t, t+s) + \sum_{b=1}^2 p_{1b} \times F_{j+1}^*(b, t+s), \quad a = 2 \\ x_j = R: & c_3 - m_a(t) + c_1 \times h_0(0, s) + \sum_{b=0}^2 p_{0b} \times F_{j+1}^*(b, s), \quad \forall a \end{cases} \quad (3)$$

Akhir perioda perencanaan adalah kondisi batas, yakni pada $j=N$ sistem dijual pada nilai sisanya sehingga terdapat pengurangan total ongkos sebesar:

$$F_N(a, t) = -m_a(t) \quad (4)$$

4. CONTOH NUMERIK

Untuk menjelaskan bentuk solusi model dipilih set data berikut. Perioda perencanaan yang dipertimbangkan adalah 10 tahun. Harga pembelian sistem 1100 dan ongkos perbaikan per kejadian kerusakan 200 dan ongkos overhaul 300. Diasumsikan harga tukar tambah atau nilai sisa sama dengan nol, maka $c_3=1100$, $c_2=200$, $c_4=300$ dan $m(t)=0$. Sistem yang dipertimbangkan memiliki intensitas kegagalan meningkat dan dimodelkan oleh fungsi

Power Law ; $\lambda(t) = \alpha \beta \cdot t^{\beta-1}$. Intensitas kegagalan pada tiga status operasi yakni $\lambda_a(t)$, $a \in \{0,1,2\}$ di mana,

$\lambda_a(t) = \alpha \beta_a \cdot t^{\beta_a-1}$, dan $\beta_0=1.35$, $\beta_1=1.40$, dan $\beta_2=1.45$, dan matriks peluang transisi P dinyatakan oleh:

$$P = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.3 & 0.2 \\ 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Solusi Model ditampilkan pada Tabel 2. Bentuk solusi adalah keputusan di j yang bersifat kondisional yakni tergantung kepada status operasi sistem pada tahap tersebut. Status di j tergantung pada status dan keputusan di $j-1$, dan dalam Tabel 2 dinyatakan oleh sel berwarna abu-abu. Status di j diidentifikasi sebagai hasil evaluasi terhadap sistem di tahap tersebut. Struktur model mengakibatkan umur sistem t yang dimiliki di tahap j adalah diskrit $t \in \{s, 2s, \dots, js\}$, dan pada umur yang sama tingkat degradasi a yang berbeda mungkin memberikan keputusan x_j^* yang berbeda. Sel berwarna abu-abu di Tabel 2 menyajikan seluruh keputusan optimal di berbagai status yang mungkin terjadi, dengan penjelasan sebagai berikut.

Pada $j=0$ sistem dalam keadaan baru dengan status $(0,0)$. Setelah dioperasikan selama satu perioda, maka di $j=1$ status sistem yang mungkin adalah $(a,t)=\{(0,1),(1,1),(2,1)\}$. Di $j=1$ tidak terdapat perbedaan keputusan untuk berbagai perbedaan status a , yakni $x_1^*=T$. Dengan keputusan tersebut bila di $j=1$, $(a,t)=(0,1)$ maka di tahap $j=2$ status yang mungkin adalah $(a,t)=\{(0,2),(1,2),(2,2)\}$; bila di $j=1$, $(a,t)=(1,1)$ maka di tahap $j=2$, status yang mungkin adalah $(a,t)=\{(1,2),(2,2)\}$; dan seterusnya sehingga seluruh status yang mungkin di tahap $j=2$; adalah $(a,t)=\{(0,2),(1,2),(2,2)\}$. Kondisi yang sama juga terjadi di tahap $j=2$, sehingga status yang mungkin terjadi di tahap $j=3$ adalah $(a,t)=\{(0,3),(1,3),(2,3)\}$. Perbedaan keputusan akibat perbedaan a terjadi di tahap $j=3$. Bila di $j=3$ pengamatan menunjukkan (a,t) adalah $(0,3)$ atau $(1,3)$ maka $x_3^*=T$, namun bila $(a,t)=(2,3)$ maka $x_3^*=G$, maka di $j=4$, status sistem yang mungkin adalah $(a,t)=\{(0,1),(1,1),(2,1),(0,4),(1,4),(2,4)\}$.

Pelacakan seluruh keputusan optimal kondisional di $j, j=1, 2, \dots, N-1$ menghasilkan pohon keputusan yang ditampilkan pada Gambar 3. Menggunakan gambar tersebut terlihat dua situasi pengambilan keputusan ekstrim sebagai berikut:

- situasi terbaik, yakni bila sistem selalu bertransisi ke status 0
- situasi terburuk, yakni bila sistem selalu bertransisi ke status 2

Bila situasi terbaik terjadi maka keputusan optimal adalah mempertahankan sistem pertama hingga $t=6$, dan menghasilkan frekuensi ganti sebanyak satu kali. Pada situasi terburuk penggantian optimal dilakukan di $j=3, j=6$, dan $j=7$, dengan umur ganti pertama 3 tahun dan frekuensi ganti sebanyak tiga kali. Maka informasi Tabel 2 dapat dituliskan kembali sebagai berikut:

- Ekspektasi ongkos optimal : 8720.6
- Ekspektasi frekuensi ganti (minimum-maksimum) : 1-3 kali
- Ekspektasi umur ganti pertama (minimum-maksimum) : 3-6 tahun

Contoh numerik set data 1 tidak menunjukkan pilihan tindakan overhaul. Set data 2 dikembangkan menggunakan $\beta_2=1.65$ untuk menunjukkan bahwa meningkatnya laju kerusakan kritis pada status $a=2$ cenderung mendorong dipilihnya tindakan overhaul sebagaimana ditunjukkan pada Tabel 3.

Tabel 2. Solusi model set data 1

U- mur <i>t</i>	Sta- tus <i>a</i>	Kebijakan optimal di tahap j, x_j^*								
		x_1^*	x_2^*	x_3^*	x_4^*	x_5^*	x_6^*	x_7^*	x_8^*	x_9^*
1	0	T	T	T	T	T	T	T	T	T
	1	T	T	T	T	T	T	T	T	T
	2	T	T	T	T	T	T	G	T	T
2	0		T	T	T	T	T	T	T	T
	1		T	T	T	T	T	T	T	T
	2		T	T	T	T	T	G	T	T
3	0			T	T	T	T	T	T	T
	1			T	G	T	T	G	T	T
	2			G	G	T	G	G	G	T
4	0				T	T	T	G	T	T
	1				G	T	G	G	G	T
	2				G	G	G	G	G	T
5	0					T	G	G	G	T
	1					G	G	G	G	T
	2					G	G	G	G	T
6	0						G	G	G	T
	1						G	G	G	T
	2						G	G	G	T
7	0							G	G	T
	1							G	G	T
	2							G	G	T
...	
9	0									T
	1									T
	2									G

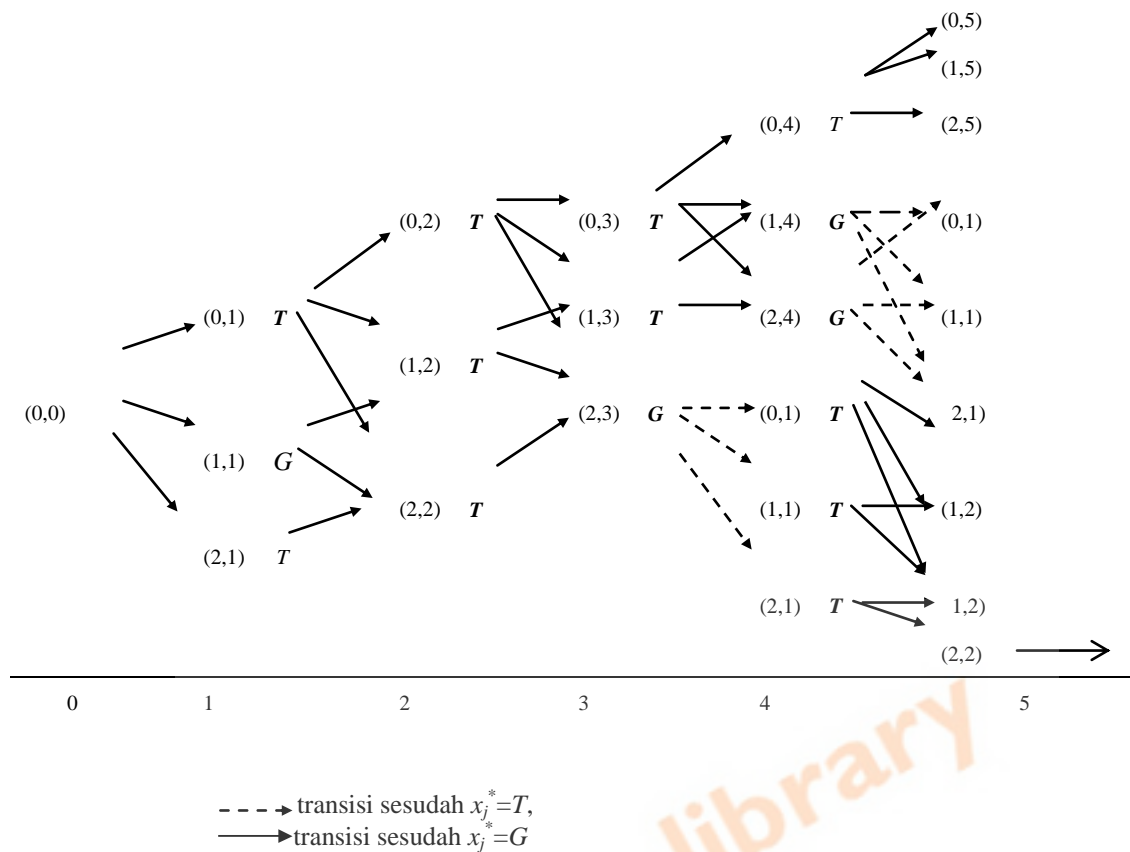
Ekspektasi Ongkos Optimal: 8720.6

Tabel 3. Solusi model set data 2

U- mur <i>t</i>	Sta- tus <i>a</i>	Kebijakan optimal di tahap j, x_j^*								
		x_1^*	x_2^*	x_3^*	x_4^*	x_5^*	x_6^*	x_7^*	x_8^*	x_9^*
1	0	T	T	T	T	T	T	T	T	T
	1	T	T	T	T	T	T	T	T	T
	2	O	O	O	O	O	T	O	O	T
2	0		T	T	T	T	T	T	T	T
	1		T	T	T	T	T	T	T	T
	2		G	G	G	G	G	G	T	O
3	0			T	T	T	T	T	T	T
	1			T	T	T	T	G	T	T
	2			G	G	G	G	G	G	O
4	0				T	T	T	G	T	T
	1				G	G	T	G	T	T
	2				G	G	G	G	G	O
5	0					T	T	G	T	T
	1					G	G	G	G	T
	2					G	G	G	G	O
6	0						G	G	G	T
	1						G	G	G	T
	2						G	G	G	O
7	0							G	G	T
	1							G	G	T
	2							G	G	T
...	
9	0									T
	1									T
	2									G

Ekspektasi Ongkos Optimal: 9047.754

Keterangan: Sel berwarna abu-abu di kolom j berkorespondensi dengan status (a,t) yang mungkin terjadi di tahap j akibat pilihan x_{j-1}^* serta keputusan terbaik di status tersebut.



Gambar 3. Diagram pohon keputusan optimal

Solusi model diperoleh menggunakan contoh numerik yang dipecahkan menggunakan program Visual Basic. Validasi model telah dilakukan dengan menerapkan pada sejumlah besar skenario data dan hasilnya menunjukkan kesesuaian perilaku solusi terkait dengan perubahan input data yang diskenariokan. Verifikasi model sedang akan dilakukan pada sistem transportasi publik.

5. KESIMPULAN

Dalam penelitian ini dikembangkan model optimisasi perawatan sistem yang merupakan asset produksi dan dioperasikan untuk tujuan komersial selama suatu horison perencanaan terbatas. Sistem mengalami deteriorasi sehingga memiliki beberapa status degradasi yang dibedakan oleh laju kerusakan kritis yang di samping tergantung pada status degradasi juga tergantung pada umur sistem. Selama dioperasikan status degradasi sistem bertransisi ke status yang sama atau status yang lebih buruk dengan peluang tertentu. Kegagalan kritis dapat diatasi dengan perbaikan minimal. Model dikembangkan untuk meminimasi total ongkos kepemilikan selama horizon perencanaan yang terdiri dari ongkos perbaikan minimal, ongkos overhaul, dan ongkos penggantian.

Sistem dievaluasi secara periodik dengan selang yang sama panjang, dan status degradasi yang teridentifikasi di setiap titik evaluasi menjadi dasar tindakan intervensi yang dipilih. Persoalan pengambilan keputusan sekuensial diformulasikan ke dalam pemrograman dinamis stokastik dengan titik evaluasi sebagai tahap. Selanjutnya status di setiap tahap dinyatakan oleh tingkat degradasi sistem serta umur sistem yang dimodelkan sebagai kelipatan selang antar evaluasi, Kemampuan terapan model pada sistem nyata membutuhkan dukungan data tingkat degradasi sistem, peluang transisi, intensitas kegagalan kritis, serta berbagai parameter ongkos.

Model bermanfaat untuk memberikan gambaran struktur solusi optimal sekuensial bagi sistem terdegradasi yang meskipun masih dapat dioperasikan tetapi kinerjanya memburuk. Menggunakan solusi model maka jadwal tindakan intervensi yang perlu dilakukan untuk mempertahankan kinerja sistem dapat direncanakan serta dana yang dibutuhkan sesuai dengan jadwal tersebut dapat diperkirakan. Salah satu penelitian lanjutan yang tengah dikembangkan adalah mempertimbangkan alternatif perawatan tak sempurna yang dipengaruhi baik oleh tingkat degradasi sistem maupun umur sistem yang dioperasikan.

